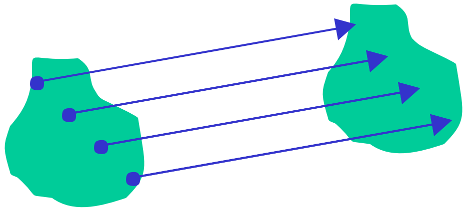
Descrizione ***Lagrangiana***

il movimento del fluido è descritto seguendo la storia di ogni singola particella di fluido e descrivendone le caratteristiche in funzione dei suoi spostamenti e del tempo.

sistema
materiale



derivata temporale sostanziale
(*derivata totale*)

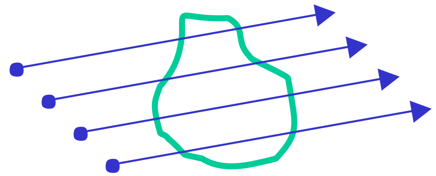
$$\frac{d}{dt}$$

formulazione classica delle leggi fisiche

Descrizione ***Euleriana***

il movimento del fluido è studiato descrivendone le caratteristiche come funzione dello spazio e del tempo. Le grandezze vengono osservate in punti fissi nello spazio, al variare del tempo.

volume
di controllo



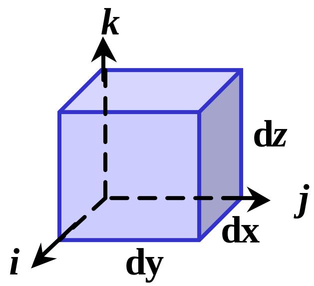
derivata temporale locale
(*derivata parziale*)

$$\frac{\partial}{\partial t}$$

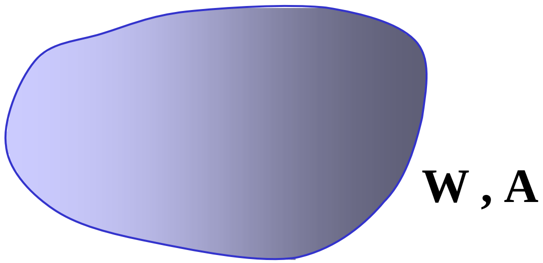
??? formulazione delle leggi fisiche ???

	riferimento Lagrangiano	riferimento Euleriano
conservazione della massa	$\frac{dm}{dt} = 0$	**?**
1ª legge fondamentale della dinamica (bilancio quantità di moto)	$\overline{F} = m \cdot \overline{a}$	**?** (cfr. parte H)

forma differenziale - indefinita (locale)



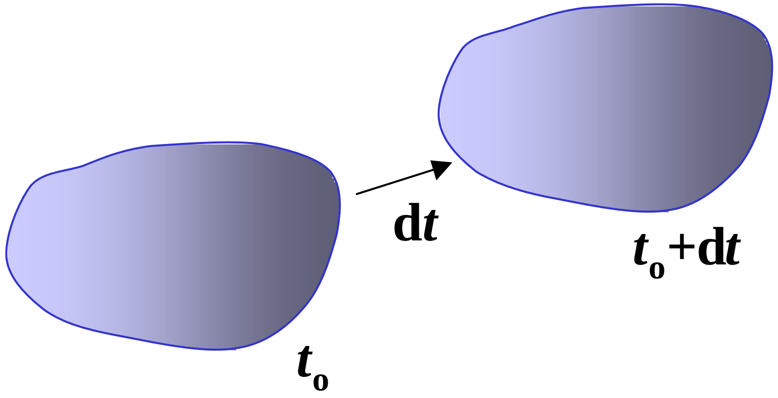
forma integrale (globale)



Conservazione della massa - Equazione di continuità
formulazione integrale

formulazione
Lagrangiana

(sistema materiale)

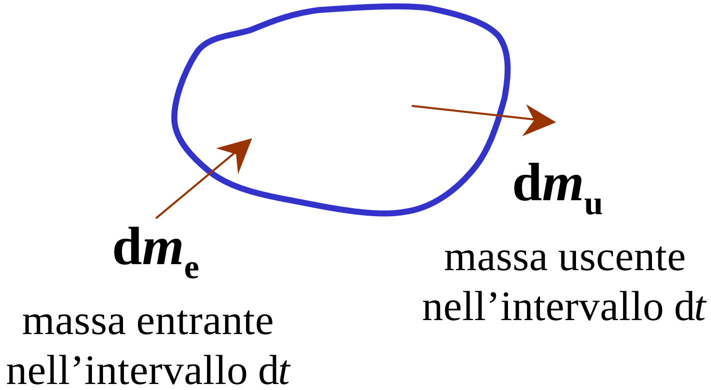


$$m(t_o) = m(t_o + dt)$$

$$\frac{dm}{dt} = 0$$

formulazione
Euleriana

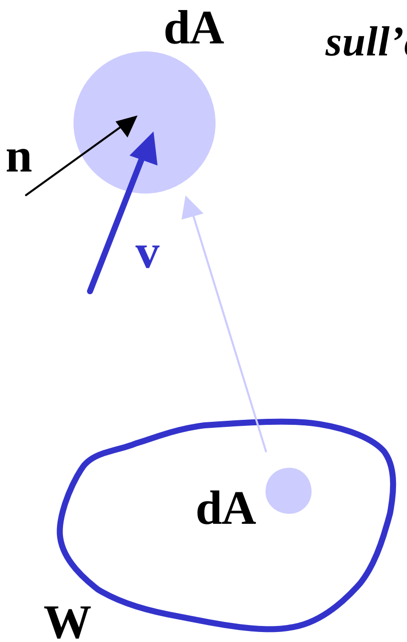
(volume di controllo fisso)



nell'intervallo d*t* :
massa entrante - massa uscente =
= accumulo di massa nel volume W

$$dm_e - dm_u = dm_W$$

entrata / uscita di massa (nell'intervallo dt)



sull'areola infinitesima dA

prodotto scalare

$$dm_{dA} = \rho\ v_n \cdot dA \cdot dt = \rho\ \overline{v} \times \overline{n} \cdot dA \cdot dt$$

$v_n > 0 \ \Rightarrow$ massa entrante

$v_n < 0 \ \Rightarrow$ massa uscente

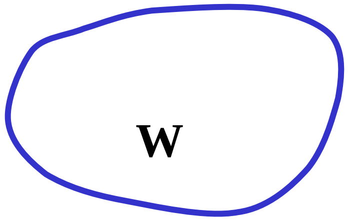
sulla superficie finita A

$$dm_A = dt \cdot \int_A \rho\ \overline{v} \times \overline{n} \cdot dA$$

$$\frac{\partial m_A}{\partial t} = \int_A \rho\ \overline{v} \times \overline{n} \cdot dA$$

accumulo di massa (nell'intervallo dt)

nel volume finito W



$$m_W = \int_W \rho \cdot dW$$

$$\frac{\partial m_W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_W \rho \cdot dW = \int_W \frac{\partial \rho}{\partial t} \cdot dW$$

bilancio di massa

(nell'intervallo dt)

$$dm_e - dm_u = dm_W$$

$$\frac{\partial m_e}{\partial t} - \frac{\partial m_u}{\partial t} = \frac{\partial m_W}{\partial t}$$

$$\frac{\partial m_A}{\partial t} = \frac{\partial m_W}{\partial t}$$

$$\Downarrow$$

equazione di continuità

$$\boxed{\underbrace{\int_A \rho\ \overline{v} \times \overline{n} \cdot dA}_{\text{flusso netto di massa sulla superficie di contorno}} = \underbrace{\int_W \frac{\partial \rho}{\partial t} \cdot dW}_{\text{variazione nel tempo della massa contenuta in W}}}$$

caso particolare: r = cost (liquidi)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$ (anche se il moto non è permanente)

$$\int_A \rho \; \overline{v} \times \overline{n} \cdot dA =$$

$$= \rho \int_A \overline{v} \times \overline{n} \cdot dA = 0$$

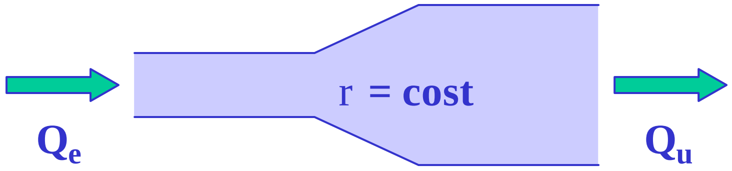
si definisce:

Q = portata volumetrica sulla superficie A

$$Q = \int_A \overline{v} \times \overline{n} \cdot dA$$

$$Q_{e/u} = \int_A \overline{v} \times \overline{n} \cdot dA = 0$$

$$Q_e = Q_u$$

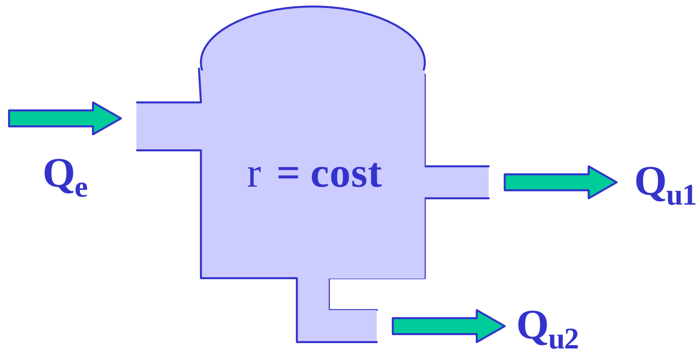


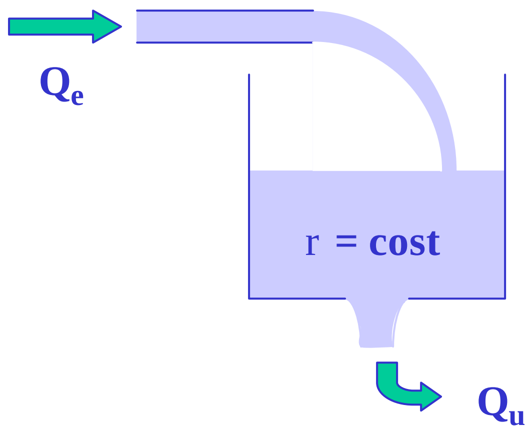
tubo con divergente

$Q_e = Q_u$

serbatoio in pressione

$Q_e = Q_{u1} + Q_{u2}$



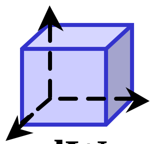
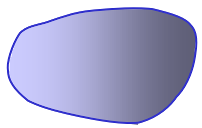


serbatoio aperto

$Q_e \;^{1}\; Q_u$

(in generale)

	riferimento Lagrangiano
conservazione della massa	$\dfrac{dm}{dt} = 0$

	conservazione della massa (eq. continuità)
	riferimento Euleriano
forma indefinita 	$$\underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial t}}_{\text{variazione nel tempo della massa nel volume}} + \underbrace{\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z}}_{\text{flusso netto di massa sulla superficie di contorno}} = 0$$
forma integrale 	$$\overbrace{\int_W \frac{\partial \rho}{\partial t} dW} = \overbrace{\int_A \rho \ \mathrm{v}_n \, dA}$$